Höhere Wurzeln
Übung

1. Berechnen Sie ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[4]{10000}$

c) $\sqrt[10]{1024}$

d) $\sqrt[6]{64}$

2. Vereinfachen Sie soweit möglich.

a) $\sqrt[4]{16}^{3}$

b) $\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[3]{b^2a}$

c) $\sqrt[4]{a^8b^0c^4}$

d) $\sqrt{\sqrt{625}}$

e) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{y}}$

f) $\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[9]{n}$

3. Machen Sie die Nenner rational.

a) $\frac{21}{\sqrt[3]{7}}$

b) $\frac{\sqrt[12]{9}}{2\sqrt[6]{3}}$

c) $\frac{a}{6\sqrt[4]{5}}$

d) $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2}}$

e) $\frac{\sqrt[2]{5}}{\sqrt[3]{7}}$

f) $\frac{14\sqrt[2]{2}}{2\sqrt[3]{7}}$

4. Mit dem Taschenrechner kann man n-te Wurzeln mit Hilfe der Formel $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ berechnen. Begründen Sie, dass diese Formel aus den Wurzelgesetzen folgt.

Höhere Wurzeln
Lösung

1.
   a) 3
   b) 10
   c) 2
   d) 2

2.
   a) 8
   b) ab
   c) $a^2 \cdot 1 \cdot c^1 = a^2c$
   d) 5
   e) $\sqrt[20]{y}$
   f) $\sqrt[9]{mn}$

3.
   a) $\frac{21\sqrt[3]{7^2}}{7} = 3\sqrt[3]{49}$
   b) $\frac{\sqrt[12]{9}}{2\sqrt[6]{3}} = \frac{\sqrt[6]{3}}{2\sqrt[6]{3}} = \frac{1}{2}$
   c) $\frac{a}{6\sqrt[4]{5}} = \frac{a\cdot\sqrt[4]{5^3}}{6\sqrt[4]{5}\cdot\sqrt[4]{5^3}} = \frac{a\cdot\sqrt[4]{5^3}}{6\cdot5} = \frac{a\cdot\sqrt[4]{125}}{30}$
   d) $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[3]{4}}{2}$
   e) $\frac{\sqrt[2]{5}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[2]{5}\cdot\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{7^2}} = \frac{\sqrt[2]{5}\cdot\sqrt[3]{49}}{7}$
   f) $\frac{14\sqrt[2]{2}}{2\sqrt[3]{7}} = \frac{7\sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{7^2}} = \frac{7\sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[3]{49}}{7} = \sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[3]{49}$

4. Wegen $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ gilt für $m = 1$ die Umrechnung $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^1} = \sqrt[n]{a}$.